

اختبار في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول

التمرين الأول (6 نقط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث  $b = 2006$  ،  $a = 1428$

1/ أ) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 9

ب) بين أن :  $b \equiv -1[9]$

جـ) هل العدنان  $a$  و  $b$  متوافقان بترديد 9 ؟ برّر إجابتك .

2/ أ) ما هو باقي قسمة العدد  $(a+b^2)$  على 9 ؟

ب) استنتج باقي قسمة  $(a+b^2)$  على 3

التمرين الثاني (5 نقط)

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي :  $u_n = 3n+1$  .

1/ احسب  $u_2, u_1, u_0$  .

2/ بين أن  $(u_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها . عين اتجاه تغير  $(u_n)$  .

3/ تحقق أن العدد 2008 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  . ما رتبته ؟

4/ أحسب المجموع :  $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$

التمرين الثالث (9 نقط)

$f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^3 - 3x$

$(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

1) احسب  $f(-1)$  ،  $f(-2)$  .

2) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) احسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها .

جـ) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

3) أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  .

ب) استنتج أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .

جـ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 0 .

درس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  . ماذا تستنتج ؟

د) أرسم  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (6 نقط)

- ( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة بحددها الأول  $u_1 = 7$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $u_{n+1} = 2u_n + 1$
- (1) أحسب  $u_2$  ،  $u_3$  ،  $u_4$  .
  - (2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ، نعرف المتتالية ( $v_n$ ) كما يأتي :  $v_n = u_n + 1$  .
    - أ - أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحددها الأول  $v_1$  .
    - ب - اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  .
    - ج - نضع :  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ، احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  .
    - د - عين  $n$  علما أن  $S_n = 1016$  .

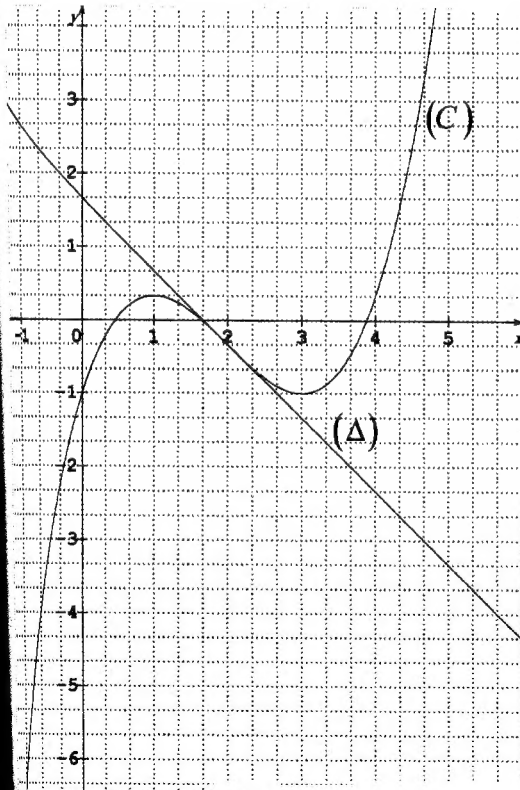
### التمرين الثاني (4 نقط)

- 1 - احسب باقي قسمة كل من  $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6$  على 7 .
- 2 - عين باقي قسمة كل من :  $3^{6n}$  و  $3^{6n+4}$  على 7 حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم .
- استنتج باقي قسمة  $3^{2008}$  على 7 .
- 3 - بين أن العدد :  $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4$  يقبل القسمة على 7 من أجل كل عدد طبيعي  $n$  .

### التمرين الثالث (10 نقط)

- المنحنى (C) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-1, +\infty[$  و ( $\Delta$ ) مماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 2 .
- (1) خمن نهاية  $f$  عند  $+\infty$  ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير  $f$  على المجال  $[-1, +\infty[$  .
  - شكل جدول تغيرات  $f$  .
  - (2) من العبارات الآتية :
    - $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  ،  $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$
    - $f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
 عين العبارة المناسبة للدالة  $f$  مبررا ذلك .
  - (3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟
  - (4) عين معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) .
  - (5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى (C) .

- (6) ارسم المستقيم  $y = -1$  ، ثم حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي  $x$  :  $f(x) < -1$
- (7) عين نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (D) ذي المعادلة :  $y = 3x - 1$



العلامة		عناصر الإجابة	الموضوع الأول	محاور الموضوع
المجموع	مجزأة			
06	1	التمرين الأول : ( 06 ن ) $b = 2006$ ، $a = 1428$ (1) أ) $1428 = 9(158) + 6$ أي $1482 \equiv 6[9]$ و منه باقي قسمة $a$ على 9 هو 6 ب) $b - (-1) = 2007 = 9 \times 223$ اذن $b - (-1) \equiv 0[9]$ أي $b \equiv -1[9]$ ج) بما أن $b \equiv -1[9]$ فإن $b \equiv 8 \equiv [9]$ و منه باقي قسمة $b$ على 9 هو 8 بما أن العددين $a$ و $b$ ليس لهما نفس الباقي على 9 فإنهما غير متوافقين على 9.	الموافقة	
	1	(2) أ) $a + b^2 \equiv 6 + (-1)^2[9]$ $a + b^2 \equiv 7[9]$ باقي قسمة $a + b^2$ على 9 هو 7. ب) حسب نتيجة السؤال (أ) $a + b^2 = 9k + 7 \quad (k \in \mathbb{N})$ $= 3(3k + 2) + 1$ $= 3k' + 1 \quad (k' = 3k + 2)$ باقي قسمة $a + b^2$ على 3 هو 1		
	1			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
05	3×0,25	التمرين الثاني : 05 ن $u_n = 3n + 1$ $u_0 = 1$ ، $u_1 = 4$ ، $u_2 = 7$ (1) $u_{n+1} = 3(n + 1) + 1 = 3n + 4$ (2) $u_{n+1} - u_n = (3n + 4) - (3n + 1) = 3$ إذن $(u_n)$ حسابية أساسها 3 . و هي متتالية متزايدة تماما لأن أساسها موجب. (3) $u_n = 2008$ $u_{n+1} = 2008$ و منه $n = 669$ بما أن 669 عدد طبيعي فإن 2008 حد من المتتالية و رتبته 670.	القسمة الإقليدية	
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			
	0,5			

69

الإجابة

محاور الموضوع

المتتاليات

الموافقات

محاور الموضوع

عناصر الإجابة

العلامة

مجزأة

المجموع

(4) حساب المجموع :

$$s = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{669}$$

$s$  مجموع 670 حدا الأولى للمتتالية  $(u_n)$

$$s = \frac{670}{2}(u_0 + u_{669})$$

$$= 335(1 + 2008)$$

$$= 335 \times 2009$$

$$s = 673015$$

0,5

0,5

0,25

الدوال

التمرين الثالث : (09 ن )

$$f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(-1) = 2 ; f(-2) = -2 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad (2) \text{ أ}$$

ب) من اجل كل  $x \in \mathbb{R}$  فإن  $f'(x) = 3x^2 - 3$

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0$$

$$(x = 1) \text{ أو } (x = -1)$$

إشارة  $f'(x)$

$$f'(x) > 0 \text{ من اجل } x \in ]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$$

$$f'(x) < 0 \text{ من اجل } x \in ]-1, 1[$$

(جـ)

$x$	$-\infty$	$-1$	$+1$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+
تغير $f$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$

$$(3) \text{ أ} f(x) = 0 \text{ معناه } x^3 - 3x = 0$$

$$\text{و منه } x(x^2 - 3) = 0 \text{ اذن}$$

$$\text{مجموعة الحلول هي : } \{0, -\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

ب) حلول المعادلة  $f(x) = 0$  هي فواصل نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع

محور الفواصل .

$$\text{احداثيات النقط هي } (0, 0), (-\sqrt{3}, 0), (\sqrt{3}, 0)$$

$$\text{جـ) معادلة } (\Delta) y = -3x$$

إشارة  $f(x) - y$

الإستنتاج

د) رسم  $(C_f)$  ،  $(\Delta)$

70

محلر الموضوع	الموضوع الثاني	عناصر الإجابة	العلامة	
			مجزأة	المجموع
ماتلابات	التمرين الأول : 06 نقاط	$u_4 = 63$ , $u_3 = 31$ , $u_2 = 15$ $v_1 = 8$ , $q = 2$ ; $v_{n+1} = 2v_n$ $u_n = 8 \times 2^{n-1} - 1$ و $v_n = 8 \times 2^{n-1}$ $S_n = v_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$ $2^n = 128$	3×0,5 3×0,5 2×0,5 0,25+0,75 0,5+0,5	06
مواصفات	التمرين الثاني : 04 نقاط	1 - بواقي قسمة $3^6, 3^5, 3^4, 3^3, 3^2$ على 7. هي على الترتيب : 2 , 6 , 4 , 5 , 1 2 - $3^6 \equiv 1[7]$ و منه $3^{6n} \equiv 1[7]$ و $3^{6n+4} \equiv 4[7]$ باقي قسمة $3^{6n}$ هو 1 و باقي قسمة $3^{6n+4}$ هو 4 $2008 = 6 \times 334 + 4$ و منه باقي قسمة $3^{2008}$ على 7 هو 4 $3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4 \equiv (3 \times 4 - 2 \times 1 + 4)[7]$ $\equiv 0[7]$ العدد $(3 \times 3^{6n+4} - 2 \times 3^{6n} + 4)$ يقبل القسمة على 7 .	0,25×5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,5 0,5 0,25	04
	التمرين الثالث : 10 نقاط	1 / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ $f$ متزايدة تماما على $[-1, 1]$ $f$ متناقصة تماما على $[1, 3]$ $f$ متزايدة تماما على $[3, +\infty[$ جدول التغيرات $f_1(x)$ غير مناسبة لأن $f(0) = 1$ ( غير صحيح ) $f_3(x)$ غير مناسبة لأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ( غير صحيح ) و منه $f(x) = f_2(x)$ ملاحظة : يقبل أي تبرير آخر صحيح 3 / $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $f(-1) = -\frac{19}{3}$ $f$ قابلة للاشتقاق على $[-1, +\infty[$ $f'(x) = x^2 - 4x + 3$ إشارتها جدول التغيرات	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5+0,5 0,25 0,5 0,5 0,25	10

العلامة	محاو الموضوع	عناصر الإجابة	مجزأة	المجموع
0,5		تعتبر إجابة التلميذ صحيحة إذا عبرت عن الإسجام بين قراءته و تخميناته من جهة و بين نتائج دراسة تغيرات الدالة $f$ التي اختارها في السؤال 2 .		
0,5+0,5		( الطريقة ثم النتيجة ) $y = -x + \frac{5}{3}$ /4 ( تقبل الحالتين الممكنتين : هندسيا و تحليليا )		
0,5+0,5		الشرح ثم النتيجة $S = [-1; 0[$ /6		
0,25		/5 $f''(x) = 2x - 4$		
0,5		$f''(x)$ تنعدم عند 2 و تغير إشارتها		
0,25		منه (C) يقبل $\omega\left(2, -\frac{1}{3}\right)$ نقطة انعطاف.		
0,5×2		7 / يتقاطع (C) مع (D) في نقطتين هما $A(0, -1)$ و $B(6, 17)$		